

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2008

BRANCHE : Mathématiques I

DATE : 22 mai 2008

DUREE : 2h 15 min

I) 1. Démontrez le théorème suivant :

g est une fonction dérivable sur un intervalle J . u est une fonction dérivable sur un intervalle I , et pour tout x de I , $u(x)$ appartient à J . Alors la fonction f définie par $f(x) = g[u(x)]$ est dérivable sur I , et pour tout x de I , $f'(x) = g'[u(x)] \cdot u'(x)$

2. Calculez la dérivée de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos^4(7x - 9)$.

(9 + 2 = 11 points)

II) 1. Démontrez : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$.

2. On note f la fonction $x \mapsto \ln\left(\frac{x}{x-2}\right)$.

a) Justifiez que son ensemble de définition D est $] -\infty ; 0 [\cup] 2 ; +\infty [$.

b) Étudiez les limites de f aux bornes de D . Interprétez graphiquement les résultats.

c) Étudiez les variations de f sur D et dressez le tableau de variation de f .

d) Démontrez d'abord, sans résoudre l'équation $f(x) = 1$, qu'elle admet une et une seule solution dans $] 2 ; +\infty [$. Résolvez ensuite l'équation $f(x) = 1$.

e) Tracez la courbe représentative de f .

(3 + 2 + 3 + 3 + 4 + 3 = 18 points)

III) f est la fonction définie sur $] -\infty ; 0 [\cup] 2 ; +\infty [$ par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 2x}$.

a) Étudiez la limite de f en $-\infty$. Interprétez graphiquement le résultat déterminé.

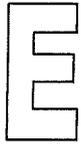
b) Étudiez la limite de f en $+\infty$, puis prouvez que la droite $d : y = 2x - 1$ est asymptote oblique à la courbe représentative C de f en $+\infty$.

c) Étudiez la position relative de C et de d sur $] 2 ; +\infty [$.

d) Étudiez la dérivabilité de f en 0. Interprétez graphiquement le résultat déterminé.

(2 + 3 + 4 + 3 = 12 points)





Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2008

- IV) 1. On donne la fonction f définie sur l'intervalle $I =] 0 ; + \infty [$ par $f(x) = \frac{1 + e^{-x}}{1 - e^x}$.
- Étudiez les limites de f aux bornes de I . Interprétez graphiquement les résultats.
 - Étudiez les variations de f et dressez le tableau de variation de f .
 - Déterminez une équation de la tangente à la courbe représentative C de f en $x = \ln 2$.

(4 + 6 + 3 = 13 points)

- V) Dans chacun des cas suivants, déterminez la limite de la fonction f à l'endroit indiqué.

a) $f(x) = x^4 - e^x$ en $+\infty$

b) $f(x) = x^3 \cdot (\ln x - x^2)$ en 0

c) $f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}$ en 0

(2 + 2 + 2 = 6 points)

