Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle

EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale

2e Session 2010

BRANCHE : *MATHEMATIQUES I*

DATE : 15 septembre 2010 *DUREE :* *2 heures 15 minutes*

I. Démontrez les théorèmes suivants:

Théorème 1 :
- Si f est dérivable en a élément de I, alors f est continue en a.
- Si f est dérivable sur I, alors f est continue sur I.

Théorème 2 : $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}=1$ et $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$

4+4 = 8 points

II. Soit la fonction f définie sur]-∞ ; 0] ∪ [1 ; +∞[par $f(x)=x-\sqrt{x^2-x}$. On appelle C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

3 a) Déterminez la limite de f en +∞ et interprétez le résultat graphiquement.

4 b) Déterminez la limite de f en -∞ et montrez que C_f admet une asymptote oblique Δ.

3 c) Étudiez la position de C_f par rapport à Δ.

3 d) Est-ce que f est dérivable en 1 ? Justifiez votre réponse et interprétez le résultat graphiquement.

2 e) Calculez la dérivée de f sur]-∞ ; 0[∪]1 ; +∞[.

3+4+3+3+2 = 15 points

III. Étudiez la limite de la fonction f définie sur IR* par $f : x \mapsto f(x)=\frac{e^{2x}-1}{x^4}$ en 0 et en +∞.

4 points

IV. Résolvez $3\left(e^{-x}-e^{x}\right)<8$.

5 points

V. Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{x}{x^2\ln x-4}$. Déterminez, l'ensemble de définition de f.

8 points

VI. Soit la fonction f définie sur]-2 ; +∞[par $f(x)=\ln(x+2)-x$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal .

a) Soit $x_0 \in$]-2 ; +∞[, donnez une équation de la tangente T_{x_0} à C_f en $x = x_0$.

b) Montrez qu'il existe une seule tangente à C_f passant par le point A(-2 ; 0). Déterminez une équation de cette tangente.

4+4 = 8 points

VII. Soit la fonction f définie par $f(x)=x-\frac{2}{e^x-1}$.

a) Déterminez l'ensemble de définition D de f.

b) Déterminez les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Montrez que la courbe représentative de f admet deux asymptotes obliques d'équations respectives y = x et y = x+2.

c) Étudiez les variations de f et représentez graphiquement la fonction f.

1+5+6 = 12 points

La Commissaire du Gouvernement